熱輸送現象における大偏差関数の性質(非平衡系の物理-非平衡ゆらぎと集団挙動-,研究会報告)

AUTHOR(S):

齊藤, 圭司

熱輸送現象における大偏差関数の性質

東京大学 理学部　齊藤圭司 [1]

熱輸送現象は、温度差というたった一つの熱力学的力で非平衡定常状態が実現される最も単純な非平衡現象の一つである。本研究では、高次元調和格子に注目しそこでの熱流揺らぎの普遍的な性質を考えるためのキュムラント生成関数を導出する。それにより非平衡定常状態の「相加性原理予想」を考察するための土台を作る。

1　はじめに

熱伝導現象というのは、最もありふれた非平衡定常状態の一つであろう。中でも、熱流 J が温度勾配に比例し熱伝導度がその比例係数になるという、フーリエの法則

$$J \;=\; -\kappa \nabla T(x) \tag{1}$$

は、身の回りの熱伝導現象を支配する普遍則である。この普遍則は、一般に系が十分大きくかつ温度が高温で現れる現象である。それゆえ巨視的でかつ古典的な世界に住む我々にとっては、別段不思議でもない基本的な性質に思える。しかし、1次元や温度領域が低温になればその限りではなく、様々な現象が見られる。例えば、一般には1次元では、フーリエの法則は破れ、熱伝導度は系の長さのべきで発散する。また極低温になれば、ダイナミクスにおける非線形性が重要でなくなり、調和格子のダイナミクスが巨視的な熱伝導現象を支配する。そのような領域では、たとえば熱伝導度の量子化現象などが起こる。これらはともに、実験でも確認されている [1]。

このように、平均カレントのレベルでも非自明な現象があり、最近は多くの実験が存在する。それでは、カレント揺らぎに関してはどうか？実験的には揺らぎを測定する方法はまだ確立しておらず、おそらく実験は困難を極めるが、実験云々言わずとも理論的には考えなくてはならない問題は多数存在する。その一つに、2004年にボディノーとデリダらによって予言された、非平衡定常状態における相加性原理 (Additivity Principle) の検証及び拡張がある [2]。彼らの相加性原理によればフーリエ則が満たされる系では、任意のオーダーの熱流キュムラントは、熱伝導度と平衡状態での熱流揺らぎで記述される。この予想の検討および拡張を真剣に考えることは、非平衡研究での最も重要な課題の一つに思える。本研究ではこのような動機のもと、特に3次元調和格子を考えそこでの熱流揺らぎの考察をする [3]。調和格子は前述のように現実的には低温のモデルと言ってよいが、3次元であれば（驚くべきことに）フーリエの法則が満たされるパラメーター領域

[1] E-mail: saitoh@spin.phys.s.u-tokyo.ac.jp

が存在することが分かっている [4]。従って、このモデルを通じて、異常輸送領域、正常輸送領域での普遍的な熱流揺らぎの性質を正確に研究できることになる。

2　3次元調和格子

3次元調和格子のハミルトニアンは以下のようになる。

$$\mathcal{H} \;=\; \sum_{\mathbf{n}} \frac{m_{\mathbf{n}} \dot{x}_{\mathbf{n}^2}}{2} + \frac{k_0}{2} x_{\mathbf{n}}^2 + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{n},\hat{\mathbf{e}}} (x_{\mathbf{n}} - x_{\mathbf{n}+\hat{\mathbf{e}}})^2, \tag{2}$$

ここで $\mathbf{n}$ は格子の場所を指定するベクトルであり、$\hat{\mathbf{e}}$ は最近接格子を指定するベクトルである。いま簡単のために各格子の変位はスカラー変数のみを持つとした。この簡単化は、物理の本質を変えないことが分かっている。系の両端に、異なる温度 T_L、T_R の熱浴をつけ、非平衡定常状態を考える。熱浴はランジェバンノイズで表現する。

3　キュムラント生成関数

このような設定のもとで我々は以下のようなキュムラント生成関数 $\mu(\lambda)$ を導出した [3]。

$$\mu(\lambda) \;=\; -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d\omega \mathrm{Tr} \log \left[\mathbf{1} - \mathcal{T}(\omega) T_L T_R \lambda \left(\lambda + T_R^{-1} - T_L^{-1} \right) \right] . \tag{3}$$

ここで $\mathcal{T}(\omega)$ は振動数 ω のフォノンが左端から右端に到達する確率を表す透過行列である。λ で n 回微分すれば n 次の熱流キュムラントが生成される。これを使えば正確に流れの非平衡揺らぎの解析が可能になる。

参考文献

[1] C.W. Chang *et al*, Phys. Rev. Lett. **101**, 075903 (2008), K. Scwab *et al*, Nature **404**, 974 (2000).

[2] T. Bodineau and B. Derrida, Phys. Rev. Lett. **92**, 180601 (2004).

[3] Keiji Saito and Abhishek Dhar, arXiv:1012.0622.

[4] A. Kundu, A. Chaudhuri, D. Roy, A.dhar, J. L. Lebowitz, and H. Spohn, Europys. Lett. **90**, 40001 (2010).